

Sommario

Introduzione	7
Capitolo primo <i>Introduzione al linguaggio formale</i>	25
1. La logica come analisi del linguaggio	25
2. Dal linguaggio naturale al linguaggio formale	28
2.1. Proposizioni semplici	28
2.2. Struttura soggetto/predicato	30
2.3. Proposizioni complesse	37
2.3.1. Quantificatori	37
2.3.2. Connettivi proposizionali	41
2.3.3. Quantificatori più connettivi	52
2.4. Ruoli del metodo delle tabelle di verità	61
2.4.1. Valori di verità delle proposizioni complesse	61
2.4.2. Interdefinibilità dei connettivi	69
2.5. Ampliamento del linguaggio proposizionale	70
2.5.1. Operatori intensionali	70
2.5.2. Per una classificazione dei linguaggi	81
3. Preliminari al linguaggio e calcolo formali	83
3.1. Da LS al linguaggio dei predicati L	83
3.2. Distinzione tra teoria e metateoria	87
Capitolo secondo <i>Logica dei predicati (sintassi)</i>	89
1. Linguaggio dei predicati	89
1.1. Alfabeto	89
1.2. Regole di formazione	90
1.3. Teoria della sostituzione	96

2. Calcolo C dei predicati	99
2.1. Preliminari	99
2.2. Regole di deduzione del calcolo C	100
2.3. Derivazioni e sequenze derivabili	108
2.4. Regole derivabili	112
2.5. Regole derivabili della parte proposizionale di C	112
2.6. Regole derivabili della parte predicativa di C	136
Capitolo terzo <i>Logica dei predicati (semantica)</i>	153
1. Preliminari	153
1.1. Nozioni semantiche fondamentali	153
Def. di struttura	153
Def. di attributo su una struttura	154
Def. di L -struttura	157
Def. di interpretazione di L su una struttura	159
Def. di reinterpretazione	163
Def. di relazione modello \models	165
1.2. Preliminari alla dimostrazione dei metateoremi	168
2. Teoremi di coincidenza e conversione	179
2.1. Preliminari al teorema di coincidenza	179
2.2. Teorema di coincidenza	180
2.3. Teorema di conversione	183
3. Preliminari alla correttezza e alla completezza di C	186
Def. di conseguenza logica $X \Vdash \alpha$	186
Def. di formula valida $\Vdash \alpha$	186
4. Teorema di correttezza per C	187
5. Conseguenze del teorema di correttezza	200
Def. di soddisfacibilità di X	200
Def. di consistenza di X	200
5.1. Teorema di consistenza degli insiemi soddisfacibili	200
5.2. Preliminari al teorema di conversione generalizzato	202
5.3. Teorema di conversione generalizzato	209
6. Teorema di completezza per C	209

6.1. Teorema di soddisfacibilità degli insiemi consistenti	210
Def. di estensione di un insieme	211
Def. di estensione conservativa	212
6.2. Piano e tappe della trasformazione di X	213
6.3. Enumerabilità delle formule di un linguaggio	221
6.4. Estensione henkiniana di X	221
6.5. Teorema di conservatività	224
6.6. Corollario	226
6.7. Metodo di Lindenbaum per il completamento di X	227
Def. di completamento di X	227
Def. di completezza di X	227
Def. di chiusura di X	228
Def. di completezza rispetto ai segni logici	228
6.8. Teoremi su X^*	228
6.9. Estensioni henkiniane e complete di insiemi consistenti	230
6.10. Modello canonico di X^{b*}	233
6.11. Lemma di appartenenza (Henkin)	235
6.12. Corollari della completezza	236
Teorema di Löwenheim-Skolem	236
Teorema di non categoricità delle teorie	237
Teorema di finitezza semantica (compattezza)	237
Teorema di non caratterizzabilità dell'aritmetica elementare di Skolem	238
Capitolo quarto <i>Logica dei predicati e teorie aritmetiche</i>	241
1. Concetto di teoria	242
1.1. Linguaggio	242
1.2. Regole di formazione	245
1.3. Teoria della sostituzione	246
2. Calcolo C dei predicati del primo ordine con identità	247
3. Concetto di teoria formale del primo ordine con identità	250
3.1. Definizione di teoria	250

3.2. Teoria PA aritmetica di Peano del primo ordine	251
3.3. Alcuni risultati su PA	255
4. Teorie del secondo ordine	257
4.1. Concetto di teoria formale del secondo ordine	257
4.2. Teoria SA aritmetica di Peano del secondo ordine	258
4.3. Teorema di Dedekind	261
4.4. Riflessioni sulla categoricità di SA e non categoricità di PA	273
Capitolo quinto <i>Logica e finitarietà</i>	275
1. Formalità e finitarietà	275
2. Finitizzazione del nesso di conseguenza logica	276
3. Finitizzazione delle teorie	279
4. Assiomatizzabilità e proprietà delle teorie	282
Teoria assiomatizzata	282
Teoria assiomatizzabile	282
Teoria consistente	283
Teoria sintatticamente completa	283
Teoria decidibile	283
Teoria semanticamente completa	285
Teoria numerica	285
Teoria numerica ω -consistente	286
Teoria numerica ω -completa	286
5. Limiti all'assiomatizzabilità delle teorie	287
5.1. Primo teorema di Gödel: G1	287
5.2. Secondo teorema di Gödel: G2	292
5.3. Teorema di indecibilità di Church	294
5.4. Teorema di non categoricità e sue conseguenze	295
5.5. Osservazioni finali	298
Bibliografia	301